

Visualiseren en modelleren, de taal van de natuurkunde

K.P.E. Gravemeijer

Ik wil graag beginnen met de organisatoren van deze conferentie te danken voor de eervolle uitnodiging om als dagvoorzitter op te treden en kort iets te zeggen over het thema van de conferentie, “De taal van Natuurkunde”.

Bij de taal van de natuurkunde denk ik vooral aan visualiseren en modelleren. En dat zijn ook de thema's die in de meeste conferentiebijdragen terugkomen. Graag sluit ik mij aan bij de wetenschapsfilosoof Latour, die schrijft:

(...) if scientists were looking at nature, at economics, at stars, at organs, they would not see anything. (...) Scientists start seeing something once they stop looking at nature and look exclusively and obsessively at prints and flat inscriptions. (...) What is always forgotten is this simple drift from watching confusing three-dimensional objects, to inspecting two-dimensional images which have been made less confusing (...) (Latour, 1990, pp. 39-40)

Latour beschouwt ‘visualiseren’ als het belangrijkste kenmerk van science en techniek. Visualiseren wordt door hem ruim opgevat. Het omvat het maken en gebruiken van visualiseringen. En het betreft zowel natuurgetrouwe afbeeldingen, geografische kaarten en technische tekeningen, als schema's en formules. Daarbij maakt hij onderscheid tussen datgene dat gerepresenteerd wordt en de ‘inscripties’ die daarvoor worden gebruikt. Deze inscripties zijn vaak tekens op papier, maar het kunnen ook voorwerpen zijn, of pixels op een computerscherm. De inscripties hebben op zichzelf geen betekenis, die betekenis wordt er in een bepaalde sociale praktijk aan toegekend. Het gebruik van inscripties vormt een krachtig hulpmiddel bij het verzamelen en uitwisselen van kennis. Ter illustratie verwijst hij naar de tijd van de grote ontdekkingsreizen.

Hij geeft een voorbeeld van de Franse ontdekkingsreiziger La Pérouse die zich in China bevindt en wil weten of Sakhalin, waar hij zich op dat moment bevindt, een eiland of een schiereiland is. Tot zijn grote verbazing blijken de Chinezen een goed begrip van geografie te hebben. Een oudere man staat op en tekent een kaart van het eiland in het zand met de details en nauwkeurigheid die La Pérouse nodig heeft. Iemand die ziet dat de opkomende vloed de kaart al snel zal uitwissen, pakt een notitieboek van La Pérouse's en



Figuur 1. Sakhalin

te kent de kaart met potlood na. Waar de kennis over Sakhalin eerst alleen in de hoofden van de bewoners bestond, wordt deze nu transportabel. Weer teruggekomen in Frankrijk kan La Pérouse laten zien hoe Sakhalin eruit ziet.

Dit nu, betoogt Latour, toont de buitengewoon interessante mogelijkheden van inscripties: je kunt ze verplaatsen zonder dat er vervorming optreedt, je kunt de schaal veranderen, je kunt ze combineren of vervangen door meer omvattende symbolen, en je kunt ze opnemen in geschreven teksten. En met behulp van meetkunde kun je er driedimensionale voorstellingen van maken, zodat je kunt zien hoe het er ergens anders uit ziet, of desgewenst hoe iets eruit zou kunnen zien. Misschien wel het belangrijkste kenmerk van inscripties op papier is, dat je ze goedkoop kunt produceren en vermenigvuldigen. Bij dit laatste speelde de opkomst van de boekdrukkunst een grote rol. Dit maakte het mogelijk, dat inscripties niet alleen in kenniscentra verzameld konden worden, maar ook de wereld rondgestuurd konden worden. Hierdoor konden verschillende beschrijvingen van dezelfde zaken naast elkaar gelegd en met elkaar vergeleken worden. Door discrepanties op te heffen kon men zo de kennis van de wereld verbeteren.

Hierbij kan worden opgemerkt dat computers en internet een nieuwe impuls geven aan de verspreiding en het gebruik van inscripties. Naast de statische representaties die we van oudsher gewend zijn, hebben we nu ook de beschikking over dynamische representaties die bovendien razend snel verspreid kunnen worden.

Visualiseringen maken een manier van werken mogelijk die kenmerkend is voor wis- en natuurkunde: het werken met een gereduceerde werkelijkheid. Bij visualiseren gaat het tegelijkertijd om modelleren. Latour wijst erop dat inscripties niet alleen gecombineerd worden om nieuwe configuraties te maken, maar dat er ook sprake is van een opeenvolging van inscripties. Hij gebruikt hiervoor de omschrijving 'a cascade of inscriptions'. Terwijl de wetenschap voortschrijdt, worden bestaande inscripties regelmatig vervangen door nieuwe. Waarbij de nieuwe representaties als regel abstracter en tegelijkertijd meer omvattend zijn. Dit past, zo betoogt hij, bij het algemene streven van wetenschappers om te proberen om steeds meer met zo min mogelijk te beschrijven. Latour koppelt dit aan overtuigingskracht in een wetenschappelijke discussie en aan macht. Maar ik zou zeggen: een theorie die eenvoudiger is in de zin dat hij minder elementen en minder transformaties bevat, is ook te prefereren omdat je er meer mee kunt.

Maar dat geldt alleen voor ingewijden. Dit proces van visualiseren, veralgemeniseren en comprimeren heeft geleid tot het ontstaan van tal van complexe symbolische representaties die voor de leerlingen van nu slecht toegankelijk zijn.

Learning paradox

Meira (1995) omschrijft deze historische ontwikkeling als 'a dialectic process of symbolizing and meaning making'. Er wordt eerst gewerkt met tamelijk informele symboliseren, maar door het werken daarmee neemt het begrip toe en dat leidt tot de behoefte om nieuwe symboliseren in te voeren. En zo ontstaat een proces waarin de wijze van symboliseren en de daarbij horende inzichten zich gelijktijdig en in interactie met elkaar ontwikkelen. Hij betoogt dat leerlingen ook in de gelegenheid moeten worden gesteld om zo'n dialectisch proces te doorlopen. Daarmee zou je de zogeheten 'learning paradox' kunnen omzeilen. Deze learning paradox verwijst naar het volgende probleem:

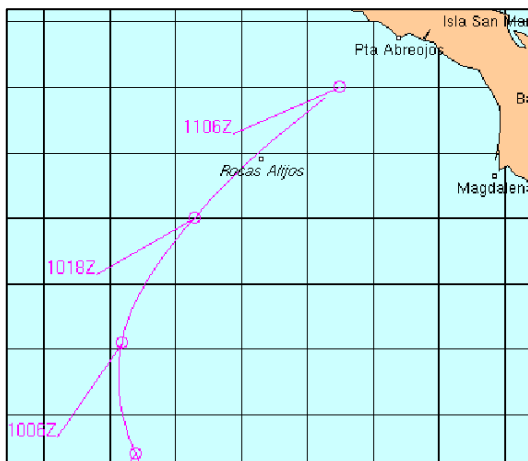
"Om toegang te krijgen tot een nieuw kennisgebied, moet je de symbolen – die in dat kennisgebied worden gebruikt – begrijpen, maar die symbolen ontlenu hun betekenis nu juist aan dit kennisgebied wat je je eigen wilt maken."

Je komt als het ware in een vicieuze cirkel terecht die het onmogelijk maakt om iets nieuws te leren. Er is sprake van een paradox, omdat mensen er – ondanks de logisch aanwijsbare vicieuze cirkel – toch in slagen om zich dergelijke nieuwe kennis eigen te maken. Het is desalniettemin duidelijk dat hier bij het leren van wis- en natuurkunde een serieus probleem kan liggen. Een moeilijkheid die hierbij optreedt is dat degenen die al over bepaalde kennis beschikken zich niet realiseren dat symbolen of modellen alleen betekenis – voor hen – hebben, omdat zij over de bijbehorende kennis beschikken.

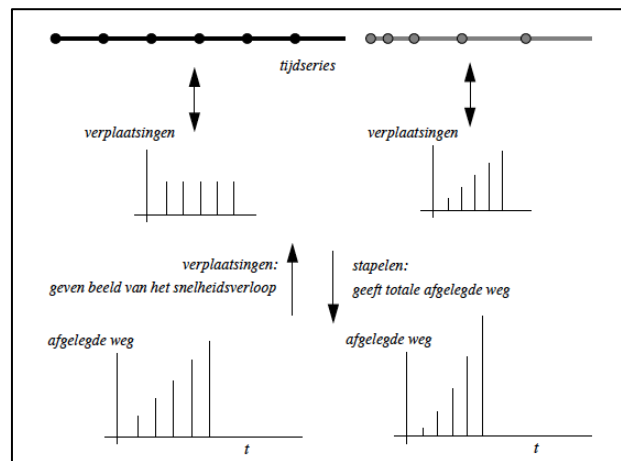
Dit probleem kan zoals gezegd vermeden worden, door de leerlingen een versneld dialectisch proces van symbool- en betekenisontwikkeling te laten doormaken. Binnen de theorie van het realistisch reken-wiskundeonderwijs is een dergelijke aanpak uitgewerkt voor het ontwikkelen van wiskundige begrippen en procedures, onder de naam ‘emergent modeling’ (Gravemeijer, 1999). Kernidee is hier dat gestart wordt met een model dat past bij het informeel redeneren in een bepaalde situatie. Het model heeft dan het karakter van een *model van* informeel handelen in een betekenisvolle situatie. Terwijl opeenvolgende modellen zich op een vergelijkbare manier als boven verder ontwikkelen, stimuleert de leraar dat de aandacht verschuift van de contextsituatie naar de wiskundige relaties die in het geding zijn. De leerlingen ontwikkelen zo een relatiernet dat wiskundige kennis op een hoger en in vergelijking met het startpunt, formeler, niveau vertegenwoordigt. Daarmee verandert ook de status van de modellen. Waar het model zijn betekenis eerst ontleent aan de concrete situatie waar het betrekking op heeft, zijn het in toenemende mate de wiskundige relaties die betekenis geven aan het model. De modellen krijgen daarmee geleidelijk aan het karakter van een *model voor* meer formeel wiskundig redeneren.

Visualiseren en modelleren van snelheid

Doorman (2005) heeft laten zien dat deze ontwerpheuristiek ook kan worden toegepast op het begrip snelheid. Als overkoepelend probleem kiest hij de vraag: hoe kun je greep krijgen op verandering? De eerste situatie die aan bod komt is die van een naderende orkaan (figuur 2).



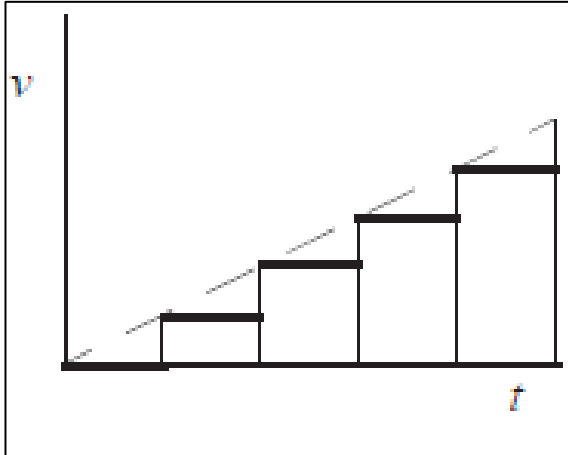
Figuur 2. De weg van een orkaan



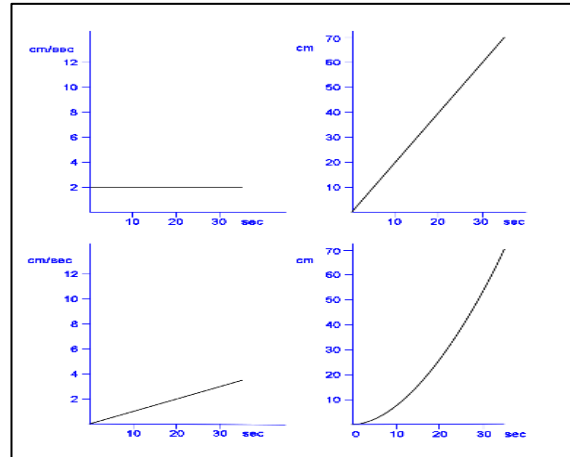
Figuur 3. Visuele representaties van verplaatsingen en afgelegde weg

Door te kijken naar recente verplaatsingen kun je voorspellen op welke plaats en op welk tijdstip de orkaan aan land zal komen. Dergelijke verplaatsingen kunnen we ook in een rechte lijn achter elkaar leggen, maar wanneer je de individuele verplaatsingen (in gelijke tijdsintervallen) een kwart slag draait en achter elkaar plaatst, kun je nog beter zien hoe de snelheid zich ontwikkelt (figuur 3 boven).

De vervolgstap bestaat uit het vergelijken van de verplaatsingen en het cumulatieve effect daarvan. Bij constante snelheid ontstaat dan een lineair patroon en bij een constant toenemende snelheid ontstaat een grafiek die de vorm van een parabool benadert (figuur 3 onder). Door van discrete verplaatsingen over te gaan op gemiddelde snelheden op elk tijdsinterval ontstaat een discrete snelheidsgrafiek, die de basis vormt voor een continue snelheidsgrafiek (figuur 4).



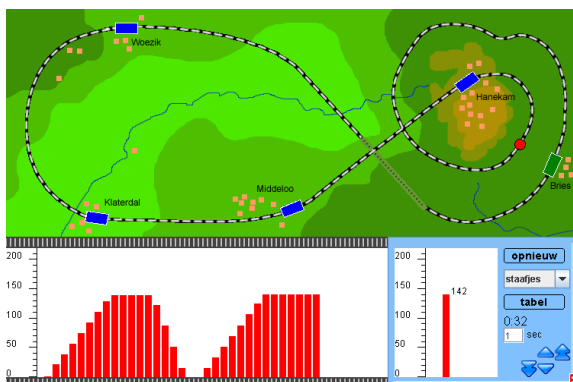
Figuur 4. Gemiddelde snelheden per tijdsinterval



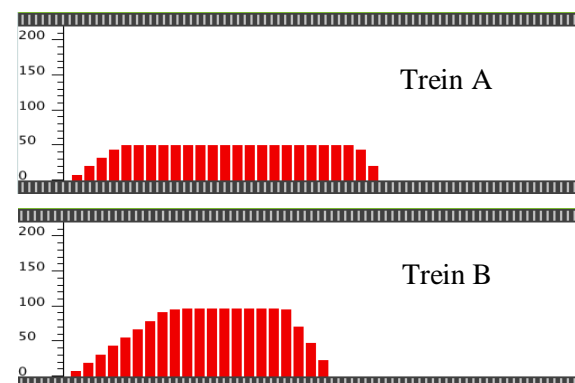
Figuur 5. Samenhang tussen snelheid en afgelegde weg

Dit resulteert in een patroon voor de samenhang tussen snelheid en afgelegde weg dat overeenkomt met de eerder geconstateerde samenhang tussen individuele en discrete verplaatsingen (figuur 5). Hier kan weer teruggedereend worden naar een discrete benadering van deze continue grafieken.

Een vergelijkbare aanpak wordt gevolgd in de lessenserie “Kinderen onderzoeken ‘snelheid’” (Van Galen, Gravemeijer, Van Mulken & Quant, 2012) (die te vinden is op de website www.fi.uu.nl/rekenweb/grafiekenmaker/snelheid.html). In deze lessenserie wordt gebruik gemaakt van het grafieken-programma “treinmachinist”. Het programma toont een spoorbaan met een trein, waarbij de trein wordt voorgesteld door een rode stip die over dit spoor beweegt (figuur 6). De leerlingen kunnen de snelheid met de pijltjes rechtsonder regelen. En het programma legt de historie vast door elke seconde een kopie te maken van het rode staafje dat de snelheid aangeeft.



Figuur 6. Computeraaplet Treinmachinist



Figuur 7. Welke trein reed het langst? Welke trein reed het verst? (De snelheid is gemeten per seconde; elk staafje geeft een meting weer.)

Het bleek dat leerlingen uit groep 7 in deze context goed konden redeneren over versnelling en afgelegde weg.

Zo werd hen bij bovenstaande grafieken van treinritten (figuur 7) gevraagd welke trein het verst gereden had. De meeste leerlingen realiseerden zich dat je daarbij rekening moest houden met het aantal staafjes en hun lengte. Een groepje stelde zelfs voor de staafjes op elkaar te stapelen. Het grootste totaal komt dan overeen met de langste weg. Een oplossing die conceptueel dicht ligt bij het wiskundige idee van integreren.

Probleem-georiënteerd onderwijs

Tot slot wil ik er nog op wijzen dat een dergelijk op het heruitvinden van begrippen en symbolen gericht onderwijs aan specifieke eisen moet voldoen. Ik wil hierbij verwijzen naar een onderzoek van Zeger-Jan Kock, die zich tot doel stelde onderwijs te ontwikkelen dat recht doet aan de 'Nature of Science', maar ook is gericht op het ontwikkelen van conceptuele kennis. In de literatuur vinden we namelijk in het algemeen voorbeelden van natuurkunde-onderwijs dat óf op onderzoeken óf op het ontwikkelen van kennis is gericht.

Hij ontwikkelde een leergang elektriciteit samen met een aantal leraren. Bij het uitproberen van de leergang bleek echter dat de beoogde combinatie van onderzoeken en ontwikkelen van kennis moeilijk te realiseren was (Kock, Taconis, Bolhuis & Gravemeijer, 2013). Een retrospectieve analyse liet zien dat er drie factoren zijn die een dergelijk onderwijs moeilijk maken. Zo is er sprake van een spanning tussen de openheid die onderzoekend leren veronderstelt en het creëren van de kans dat de leerlingen al onderzoekend bruikbare ontdekkingen doen, waar op voortgebouwd kan worden. Daarnaast bleek dat de leerlingen vanuit experimenten alleen geen theorie kunnen ontwikkelen. Ten slotte bleek er een spanning tussen de gangbare schoolcultuur en de voor onderzoekend leren noodzakelijke probleem-georiënteerde klassencultuur.

Een tweede onderwijsexperiment liet zien dat beide doelen (Nature of Science en conceptuele kennis) beter gerealiseerd konden worden wanneer er op deze drie punten een balans werd gevonden (Kock, Taconis, Bolhuis, & Gravemeijer, 2023):

- De onderzoeksopdrachten moeten open, maar ook voldoende gestructureerd zijn om gericht onderzoek te kunnen doen.
- De leerlingen kunnen wel theorie ontwikkelen, maar dan moet er wel een initiële theorie worden aangeboden die ze al experimenterend verder kunnen uitbouwen. (Ook natuurwetenschappelijke onderzoekers starten niet blanco.)
- Ten slotte moet er aandacht worden besteed aan het cultiveren van natuurkundige motieven en een probleem-georiënteerde klassencultuur.

Samenvatting

Visualiseren en modelleren vormen kernactiviteiten in de natuurwetenschappen. Maar het abstracte karakter van formele symbolen en modellen is een van de grote barrières in het wis- en natuurkundeonderwijs. Het probleem wordt, zoals ik hier betoogde, veroorzaakt door het feit dat de symbolen en modellen in de bètawetenschappen het product zijn van een lange geschiedenis, en ik pleit ervoor leerlingen een vergelijkbare geschiedenis in verkorte vorm te laten doormaken. Daarbij kan ICT een belangrijk hulpmiddel bieden. Maar dit vraagt wel onderwijs dat toegesneden is op het combineren van het onderzoekende karakter van de Nature of Science en het ontwikkelen van conceptuele kennis.

Literatuur

Doorman, L.M. (2005). *Modeling motion: From trace graphs to instantaneous change*. Utrecht: CD-Bèta Press.

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal

- mathematics. *Mathematical Thinking and Learning* 1 (2), 155-177.
- Latour, B. (1986). Visualization and cognition: Drawing things together. *Knowledge and Society* 6, 1-40.
- [Kock, Z.D.Q.P., Taconis, R., Bolhuis, S.M. & Gravemeijer, K.P.E. \(2013\). Some key issues in creating inquiry-based instructional practices that aim at the understanding of simple electric circuits. *Research in Science Education* 43 \(2\), 579-597.](#)
- Kock, Z.J., Taconis, R., Bolhuis, S. & Gravemeijer, K. (2014). Creating a culture of inquiry in the classroom while fostering an understanding of theoretical concepts in direct current electric circuits: A balanced approach. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-25.
- Meira, L. (1995). The microevolution of mathematical representations in children's activity. *Cognition and Instruction* 13 (2), 269–313.
- Van Galen, Gravemeijer, Van Mulken, & Quant (2012). *Kinderen onderzoeken snelheid*. Eindhoven: TU/e, Eindhoven School of Education.